



**KJ-1268**

**B.Sc. (Part - I)**

Term End Examination, 2020

**MATHEMATICS**

Paper - III

Vector Analysis and Geometry

*Time* : Three Hours] [Maximum Marks : 50

**नोट** : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए।  
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई / Unit-I**

1. (a) सिद्ध कीजिए कि

$$a' \times b' + b' \times c' + c' \times a' = \frac{a+b+c}{[abc]}$$

जहाँ पर  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  सदिश  $a$ ,  $b$ ,  $c$  के क्रमशः  
रेसिप्रोकल सदिश हैं तथा  $a$ ,  $b$ ,  $c$  असमतलीय  
सदिश हैं।

( 2 )

If  $a', b', c'$  are reciprocal vector of vector  $a, b, c$  respectively, then prove that

$$a' \times b' + b' \times c' + c' \times a' = \frac{a+b+c}{[abc]}$$

where vectors  $a, b, c$  are non-coplanar.

- (b)  $\phi = 3x^2yz - 4y^2z^3$  का दिक् अवकलन बिन्दु  $(2, -1, 3)$  पर सदिश  $3i - 4j + 2k$  की दिशा में ज्ञात कीजिए।

Find the directional derivative of  $\phi = 3x^2yz - 4y^2z^3$  in the direction of the vector  $3i - 4j + 2k$  at the point  $(2, -1, 3)$ .

- (c) दर्शाइए कि

(i)  $\text{div } \hat{r} = 2/r$

(ii)  $\text{curl } \hat{r} = 0$

Prove that

(i)  $\text{div } \hat{r} = 2/r$

(ii)  $\text{curl } \hat{r} = 0$

(3)

इकाई / Unit-II

2. (a)  $\int_C F \cdot dr$  का मूल्यांकन कीजिए जहाँ

$F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$  तथा  $C$ ,  $xy$ -समतल में एक आयत है, जो  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $x = 0$  से घिरा है।

Evaluate  $\int_C F \cdot dr$  where  $F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$  and  $C$ , is the rectangle in the  $xy$ -plane bounded by  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $x = 0$ .

(b)  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} ds$  का मूल्यांकन कीजिए

जहाँ  $S$ , वक्र  $x^2 + y^2 = z^2$  तथा तल  $z = 1$  से घिरा हुआ बंद सतह है।

Evaluate  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} ds$ , where  $S$

is the closed surface bounded by the curve  $x^2 + y^2 = z^2$  and the plane  $z = 1$ .

(4)

(c) समतल में ग्रीन प्रमेय का उपयोग कर

$$\oint_C [(x+2y)dx + (y+3x)dy]$$

का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $C$ , वृत्त  $x^2 + y^2 = 1$  है।

Use Green's theorem in the plane to evaluate

$$\oint_C [(x+2y)dx + (y+3x)dy]$$

where  $C$  is the circle  $x^2 + y^2 = 1$ .

### इकाई / Unit-III

3. (a) शंकव  $x^2 - 10xy + y^2 + 2x - 11 = 0$  का अनुरेखण कीजिए तथा उसके नाभियों का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Trace the conic  $x^2 - 10xy + y^2 + 2x - 11 = 0$  and find the coordinates of its foci.

- (b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए कि दो वृत्त एक दूसरे को लंबवत प्रतिच्छेदित करते हैं।

Find the conditions that two circle intersect each other orthogonally.

(5)

(c) सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

तथा  $\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$  एक ही शांकव को  
निरूपित करते हैं।

Show that the equation  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  and

$\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$  represent the same conic.

#### इकाई / Unit-IV

4. (a) बिन्दुओं (2, 2, 1) तथा (9, 3, 6) से होकर जाने वाले और तल  $2x + 6y + 6z = 9$  के समान्तर समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the points (2, 2, 1) and (9, 3, 6) and perpendicular to the plane  $2x + 6y + 6z = 9$ .

(b) रेखाएँ  $3x + 2y + z = 0 = x + 2y - 2z$

$$2x - y - z = 0 = 7x + 10y - 8z$$

के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angles between the line

$$3x + 2y + z = 0 = x + 2y - 2z$$

$$2x - y - z = 0 = 7x + 10y - 8z$$

(6)

(c) रेखाओं  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  तथा

$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-4}{5}$  के बीच की लघुत्तम

दूरी और लघुत्तम दूरी की रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between

the lines  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  and

$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-4}{5}$  and the equation of

line of shortest distance.

### इकाई / Unit-V

5. (a) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए, जब समतल

$lx + my + nz = p$  दीर्घवृत्तज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

को स्पर्श करता हो।

Find the conditions when the plane  $lx + my + nz = p$  touches the ellipsoid

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

(7)

- (b) सरल रेखा  $7x + 10y = 30$ ,  $5y - 3z = 0$  से होकर जाने वाले दीर्घवृत्तज  $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$  के स्पर्श तलों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent planes to the ellipsoid  $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$  which passes through the line  $7x + 10y = 30$  and  $5y - 3z = 0$ .

- (c) समीकरण

$$6y^2 - 18yz - 6zx + 2xy - 9x + 5y - 5z + 2 = 0$$

का प्रामाणिक रूप में समानयन कीजिए तथा इससे प्रदर्शित पृष्ठ की प्रकृति बताइए।

Reduce the equation

$$6y^2 - 18yz - 6zx + 2xy - 9x + 5y - 5z + 2 = 0$$

to the standard form and state the nature of surface represented by it.